

" LA ECUACION DIFERENCIAL $\frac{dx}{dt} = Kx$ PARA EXTRAPOLAR

DATOS DE POBLACION "

Por: Luis Fuentes Aguilar.

Frecuentemente es necesario conocer el incremento de población que va a sufrir una zona determinada para planificar las actividades económicas mediante proyectos que señalen cualitativa y cuantitativamente el desarrollo a que van a estar sujetas las regiones en estudio.

Estos datos de población, dentro de un lapso determinado prevén las necesidades a que va a estar sujeto un proyecto dado, evitando así una obsolescencia prematura que traería como consecuencia una pérdida de tiempo, esfuerzo y dinero.

Por estos motivos, la aplicación de la ecuación que se propone es de gran utilidad, de fácil aplicación y nos permite contar, sin gran esfuerzo, de los datos que se necesitan para efectuar una planeación adecuada dentro de un margen de error aceptable.

En la ecuación propuesta: $\frac{dx}{dt}$ nos representa la variación de la población x , con respecto al tiempo t ; K es la constante característica para cada región sobre la cual se trata de interpolar o extrapolar datos de población.

La ecuación $\frac{dx}{dt} = Kx$ fué propuesta por Verhulst en su esquema sobre el desarrollo de la población bajo la hipótesis de que ésta era válida cuando la población era igual o menor a un cierto nivel " b " que él llamaba de "población normal".

Según Verhulst, las causas que determinan el incremento de la población son:

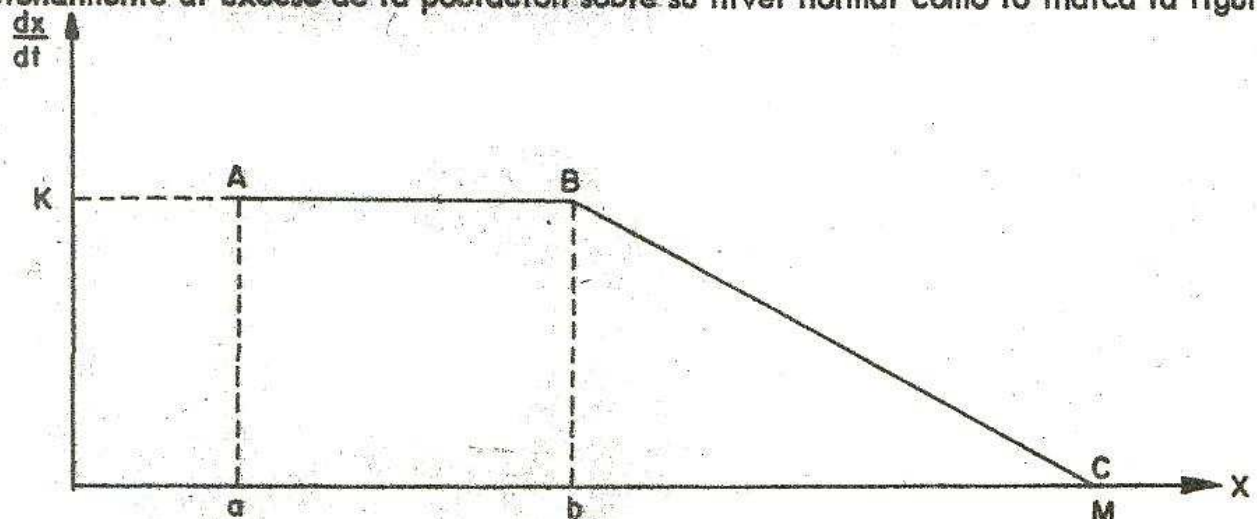
- a) Causas constantes.
- b) Causas variables.
- c) Causas perturbadoras accidentales.

Las causas que ejercen una acción constante sobre el crecimiento de la población son la fecundidad propia de los habitantes del país considerado, la salubridad del territorio, las costumbres y las leyes civiles y religiosas.

Las causas variables se resumen en la dificultad creciente que encuentra la población para procurarse la subsistencia cuando se ha hecho tan numerosa que han sido ocupados todos los espacios cultivables.

Las causas perturbadoras accidentales no están bien definidas pero se supone que estas disminuyen a medida que la civilización se desarrolla, de manera que dentro de un lapso futuro se puede prescindir de ellas.

Cuando la población está sometida tan solo a las causas constantes, Verhulst admite su crecimiento en una progresión geométrica. Este incremento progresivo de la población alcanza el nivel b de población normal, a partir de este nivel el coeficiente de incremento disminuye, admitiéndose que esta disminución se verifica proporcionalmente al exceso de la población sobre su nivel normal como lo indica la figura.



En esta gráfica, las ecuaciones diferenciales del aumento de población son:

$$\frac{dx}{dt} = Kx \quad \text{válida para } x \leq b \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{dx}{dt} = Kx - \frac{Kx}{M-b} (x - b) \quad \text{válida para } x \geq b \quad \text{--- (2)}$$

M representa la población máxima para una región determinada.

Integrando la primera ecuación se tiene:

$$\ln x = Kt + \alpha$$

$$x = ae^{Kt}$$

Siendo α , la población mínima.

Integrando la ecuación (2) se encuentra la logística:

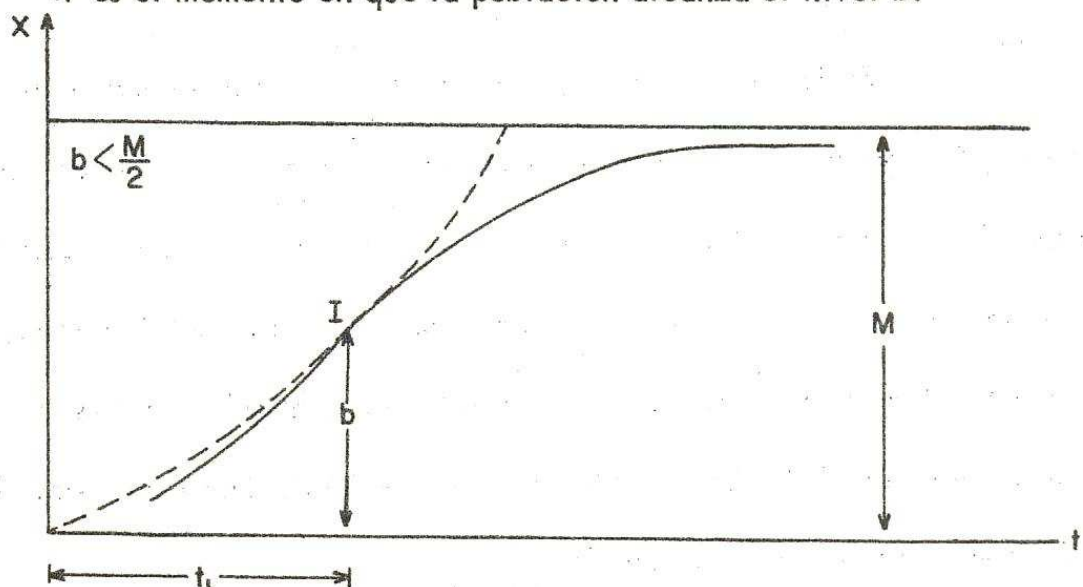
$$x = \frac{-\alpha M}{\frac{KM}{M-b} (t - t_1)}$$

$$x = \frac{-\alpha (M-b) +}{K (t - t_1)}$$

donde:

$$\alpha = \frac{b}{M-b} \quad ; \quad t_1 = \frac{1}{K} \ln \frac{b}{a}$$

t_1 es el momento en que la población alcanza el nivel b.



* " Esquemas teóricos y problemas concretos de la Población" Conrado Gini, Ed. Aguilar, 1963, España.

La curva es siempre creciente, tiene un punto de inflexión I cuya ordenada es $\frac{M}{2}$ y cuya abscisa es: $t = t_1 - \frac{M-b}{K M} \ln \alpha$

Para el caso de la República Mexicana es válido aceptar la fórmula (1) ya que todavía se dista de alcanzar el nivel de población normal de Verhulst.

Dado que la variación de la población no es la misma en todas las regiones, la constante K estará influenciada por la tendencia que tenga la población, por lo que se sugiere tomar valores recientes que nos indiquen la propensión de la población.

Por ejemplo, para la ciudad de Puebla de Zaragoza se tienen los siguientes datos estadísticos:

AÑO	HABITANTES
1900	93 521
1910	96 121
1920	95 535
1930	114 793
1940	138 491
1950	211 331
1960	289 049

Es de notar en estos datos, la depresión que se encuentra en el lapso 1910-1920, producto de que en esos años acaecía nuestra Revolución, por lo que la población no era muy estable, independientemente de los decesos ocurridos. Este se no en la curva de la población se ve superada en los años subsiguientes, por lo que para determinar el valor de nuestra constante K se toman los valores que nos indiquen la tendencia actual de la población; es decir, 211 331 habitantes para el año de 1950 y 289 049 habitantes para el año de 1960.

Aplicando la fórmula propuesta tenemos:

$$\frac{dx}{dt} = Kx$$

Separando variables:

$$\frac{dx}{x} = K dt$$

Los límites para integrar esta expresión serán:

$$t = 1950$$

$$t = 1960$$

$$x = 211\,331$$

$$x = 289\,049$$

$$\int_{211\,331}^{289\,049} \frac{dx}{x} = K \int_{1950}^{1960} dt$$

Integrando tenemos:

$$\ln \frac{289\,049}{211\,331} = 10K$$

De donde obtendremos el valor de K para la ciudad de Puebla.

$$K = \frac{1}{10} \ln \frac{289\,049}{211\,331}$$

Para conocer la población que habrá en el año 2000, nuestros límites

serán:

$$t = 1950$$

$$t = 2000$$

$$x = 211\,331$$

$$x = x$$

Y consecuentemente:

$$\int_{211\,331}^x \frac{dx}{x} = K \int_{1950}^{2000} dt$$

Integrando esta ecuación y sustituyendo el valor K tenemos:

$$\ln \frac{x}{211\,331} = \frac{50}{10} \ln \frac{289\,049}{211\,331}$$

$$x = 211\,331 \left[\frac{289\,049}{211\,331} \right]^5$$

$x = 982\,900$ habitantes para el año 2000 en la ciudad de Puebla.

En el caso de que tengamos la necesidad de conocer la población con- que contaba la misma ciudad en el año de 1947, el valor de K se determina con los datos estadísticos de los años de 1940 y 1950, es decir:

$$t = 1940 \qquad t = 1950$$

$$x = 138\,491 \qquad x = 211\,331$$

El valor de K será para este caso en particular:

$$K = \frac{1}{10} \ln \frac{211\,331}{138\,491}$$

Y los límites para obtener la población en el año de 1947 serán:

$$t = 1940 \qquad t = 1947$$

$$x = 138\,491 \qquad x = x$$

Entonces nuestra integral definida será:

$$\int_{138\,491}^x \frac{dx}{x} = K \int_{1940}^{1947} dt$$

Integrando y sustituyendo el valor de K tenemos:

$$\ln \frac{x}{138\,491} = \frac{7}{10} \ln \frac{211\,331}{138\,491}$$

$$x = 138\,491 \left[\frac{211\,331}{138\,491} \right]^{0.7}$$

$x = 183\,764$ habitantes que tenía la ciudad de Puebla en el año de 1947.

Seguendo este método, se comparó con los resultados obtenidos por la maestra Ifigenia M. de Navarrete que publicó en su estudio sobre "Sobrepoblación y Desarrollo Económico" *

MEXICO: POBLACION TOTAL POR PRINCIPALES

GRUPOS DE EDADES. 1940 - 1975

GRUPOS DE EDADES Miles de Habitan- tes.	1940	1950	1960	1965	1970	1975	1970 $\frac{dx}{dt} = Kx$	1975 $\frac{dx}{dt} = Kx$
TOTAL	19 654	25 791	36 003	42 808	51 086	60 892	51 020	61 021
de 0 a 4	2 865	3 971	6 719	8 047	9 567	11 182	9 675	11 713
de 5 a 14	5 232	6 784	9 662	11 822	14 325	17 193	14 396	17 488
15 a 19	1 996	2 632	3 534	4 285	5 267	6 441	5 407	6 714
20 a 64	8 970	11 491	14 853	17 210	20 182	23 991	19 887	23 177
65 y más	591	913	1 235	1 444	1 745	2 085	1 655	1 926
15 a 64	10 966	14 124	18 387	21 496	25 450	30 431	25 653	30 722
0 a 14 y de 65 y más	8 688	11 667	17 616	21 312	25 636	30 461	25 367	30 299

Podemos ver en el cuadro anterior la similitud que guardan los valores de las últimas cuatro columnas, las cifras de las dos finales fueron obtenidas por medio de la fórmula diferencial propuesta.

* Dirección General de Publicaciones, UNAM, 1967 México.

RESULTADOS DE LAS PROYECCIONES DE LA POBLACION DE MEXICO CALCULADAS
POR DIFERENTES AUTORES EN MILES DE HABITANTES

	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980
NACIONES UNIDAS	25793	29080	32781	36971	41778	47227	53309
COALE Y HOOVER (Universidad de Princeton)	26639	30798	36060	42400	49298	55926	61946
GUSTAVO CABRERA A.			35116	40692	47125	54607	63371
JULIO DURAN OCHOA (Nacional Financiera, S.A.)			34745	40301	46767	54309	63341
ZULMA L. RECCHINI			36018	42681	50733	60554	72659
BENITEZ Y CABRERA (Banco de México, S.A.)			36003	48808	51086	60891	71940

Con los datos de la Dirección General de Estadística de los años de 1950 y 1960 se obtuvieron los valores de población siguientes:

1950	1960	1965	1970	1975	1980
25 781	34 923	40 476	46 921	54 398	63 421

Comparando los valores obtenidos con los de la tabla precedente, vemos que son muy semejantes a los publicados por los señores Gustavo Cabrera y Julio Duran Ochoa, lo que nos verifica que es factible emplear la fórmula diferencial antes citada dentro de un margen de error aceptable.

USO DEL SUELO EN LA REGION HUEJOTZINGO-NEALTICAN, PUEBLA.

Por: Gilberto Hernández Silva.

PROLOGO.

La determinación del uso del suelo es uno de los factores que pueden fijar el potencial agrícola de una región dada.

Cuando se llega a conocer y a delimitar una región en lo referente al uso del suelo, en realidad lo que se indica, es el espacio en un tiempo y el espacio en una superficie de un hecho físico natural o de un hecho cultural que desde luego implica generalmente la intervención del hombre; este último factor es el que puede provocar una mayor alteración que puede ir acorde con el adelanto o atraso técnico y cultural y acorde también con las necesidades de alimentación de la gente que habite esa región.

Ciertamente que el hombre no es la única causa y medio para alterar una región, ya sea en beneficio o en perjuicio de ella, lo es también la propia naturaleza que es quien proporciona al final de cuentas, los medios necesarios para que él mismo modifique su habitat tanto en sentido positivo como en sentido negativo.

La falta de estudios apropiados para un mejor conocimiento ecológico de una zona determinada, frenan también el desarrollo de la agricultura. El estudio de la morfogénesis del suelo en una región es fundamental, ya que de aquí se parte para un análisis correcto en interpretaciones de otros fenómenos.

Del estudio de una unidad agrícola en función de su potencialidad actual y futura, puede derivarse un uso más racional de la tierra y de los recursos naturales en general, además el aumento de ingresos y oportunidades de empleo en las áreas rurales en beneficio de todos los agricultores, la conservación de los recursos edáficos e hidrológicos, la solución a otros problemas tales como: alto nivel de sub-empleo y desempleo existente en el campo, así como una gama de actividades